ZMATH 1996b.01155
Hilton, P.; Pedersen, J.
The paper-folder's link between geometry and number theory.
ZDM, Zentralbl. Didakt. Math. 28, No. 1, 6-16 (1996).

Es werden systematische Algorithmen zum Papierfalten beschrieben, die beliebig gute Approximationen regulärer konvexer n-Ecks und regulärer sternförmiger (b/a)-Ecks liefern. Sei n bzw. b/a gegeben, dann können Instruktionen abgeleitet werden, einen Papierstreifen so oft von der oberen Ecke hinunter und von der unteren Ecke hinauf zu falten, so daß man, durch den sogenannten FAT-Algorithmus, die gewünschte Figur erhält. Die Anweisungen sind periodisch und können durch einen Vektor (k1, k2, ..., kr) über N dargestellt werden. Für r=2 hat man den bedeutenden Spezialfall der Faltung von Periode 2. Das Erkennen und die Untersuchung dieses Falls führt zu einer Untersuchung der Eigenschaften ganzer Zahlen der Form t^{xy}-1/t^{x-1}, wobei $t \geq 2$ eine feste ganze Zahl ist und x $\geq$ 1, y $\geq$ 2 beliebige ganze Zahlen sind. Nur die Basis t=2 führt direkt zum Papierfalten, aber die Zahlentheorie wird wesentlich bereichert, wenn auch andere Basen zugelassen werden. Die Beschreibung der Faltanweisungen beliebiger Periode führt zur Einführung eines speziellen Symbols. Solch ein Symbol kodiert nicht nur das Falten sternförmiger {b/2^ja$_i$}- Ecks für $2^{j+1}a_i$ < b. Sondern es bildet auch die Basis für ein Quasiordnungs-Theorem, das besagt, daß k mit k = Σki die kleinste positive ganze Zahl ist, für die gilt: 2k ≡ ± 1 mod b, und in der Tat ist 2k ≡ (-1)r mod b. Dieser Satz kann für beliebige Basen t verallgemeinert werden. (orig.)

Systematic paper-folding algorithms are described for constructing arbitrarily good approximation to regular convex n-gons and regular star {b/a}-gons. Given n, or b/a, instruction may be derived for folding a strip of paper, down so many times at the top edge, up so many times at the bottom edge, to create, by the so-called FAT-algorithm, the desired configuration. Instructions are periodic and may be represented by a vector (k_1, k_2, ..., k_r) over N. If r=2, we have the important special case of 2-period folding. The recognition and study of this case leads to an investigation of the properties of integers of the form $t^x y$-1/t^x−1, where t $\geq$ 2 is a fixed integer and x $\geq$ 1, y $\geq$ 2 are arbitrary integers. Only the base t=2 relates directly to paper-folding, but the number theory is greatly enriched by allowing other bases. The elucidation of folding instructions of arbitrary period leads to the introduction of a special symbol. Such a symbol not only encodes instructions for folding star {b/2^ja$_i$ }-gons, provided $2^j + 1$a$_i$ < b. It also forms the basis of a quasi-order theorem asserting that, if k = $\sum$ki, then k is the smallest positive integer such that 2^k ≡ ± 1 mod b, and that, in fact, 2^k ≡ (-1)^r mod b. This theorem may be generalized to arbitrary bases t. (ori g.)

Classification: G40
Keywords: quasi-order; fermat number; platonic solids; regular polygons

