ZMATH 2014f.00706

Pöschel, Jürgen

Some analysis. An introduction to one-dimensional analysis. (Etwas Analysis. Eine Einführung in die eindimensionale Analysis.)

Heidelberg: Springer Spektrum (ISBN 978-3-658-05798-5/pbk; 978-3-658-05799-2/ebook). xi, 339 p. (2014).

Wenn ein Autor beschließt, dem unüberschaubaren Markt an Analysis-Büchern ein weiteres hinzuzufügen, muss er dies dadurch rechtfertigen, dass er etwas Besonderes bietet. Dies ist dem Autor des vorliegenden dreibändigen Werkes durchaus gelungen. Schon die Titel der drei Teile ("Etwas Analysis – mehr Analysis – noch mehr Analysis") sind recht originell, aber das ist natürlich nicht alles. Wie der Autor selbst im Klappentext bemerkt, liegt "der Schwerpunkt auf den Konzepten und Ideen, weniger auf Formeln und Rechenfertigkeit". Eine solche Zielsetzung ist verdienstvoll, denn sehr viele Mathematikstudenten können am Ende ihres Studiums zwar die schwierigsten (meist "antrainierten") Rechnungen bewältigen, aber nicht die Idee einer Definition herausarbeiten, und schon gar nicht eine mathematische Begründung in korrektem Deutsch formulieren. (Unter diesem Gesichtspunkt ist übrigens bedauerlich, dass offenbar auch der Autor dieses Buches kein einwandfreies Deutsch beherrscht.) Im ersten Band beginnt der Autor "ganz unten", also bei Aussagenlogik, Mengen, Relationen, und Abbildungen, führt dann axiomatisch die Menge der reellen Zahlen (und insbesondere deren Vollständigkeit) ein, und diskutiert dann noch die wichtigsten Eigenschaften der anderen gängigen Zahlbereiche bis hin zu komplexen Zahlen. Anschließend werden Folgen und Reihen behandelt, dann Stetigkeit, Integrierbarkeit (wobei statt des üblichen Riemann-Integrals das Regel-Integral behandelt wird), und Differenzierbarkeit. Erst nach der Bereitstellung dieses umfangreichen Materials werden einige Standardfunktionen (exp, log, sin, cos usw.) eingeführt, und zwar als Lösungen von Differenzialgleichungen sowie mittels entsprechender Potenzreihen. Das hat den Vorteil, dass man sofort mühelos viele Eigenschaften dieser Funktionen (sogar im Komplexen) herleiten kann. Zum Schluss werden einige speziellere Aspekte betrachten, die schon etwas in Richtung Funktionalanalysis gehen, wie das Kompaktheitskriterium von Arzelà-Ascoli oder Diracfolgen. Es ist überhaupt ein Charakteristikum des Buches, dass es bisweilen einen Übergang von der Analysis zur Funktionalanalysis vollzieht, wo dies problemlos möglich ist. Beispielsweise werden konvergente Folgen und Cauchyfolgen sowie stetige und Lipschitz-stetige Funktionen recht bald auch in normierten Räumen betrachtet, weil man da ja nur den Absolutbetrag durch eine Norm ersetzen muss. Jedes Kapitel schließt mit einer Sammlung von Übungsaufgaben. Besonders schön sind hierbei Aufgaben, bei denen der Leser eine Liste vorgegebener Aussagen auf deren Richtigkeit überprüfen soll. Dies bringt sozusagen Elemente einer mündlichen Prüfung in die Lektüre und ist ein hervorragendes Mittel zur Kontrolle des Gelernten (oder eben noch nicht Gelernten), allemal besser als eine Ansammlung trickreicher Rechenaufgaben. In seinem vor vielen Jahren mit *E. Trubowitz* verfassten Werk über inverse Spektraltheorie für die Hillsche Gleichung mit Dirichletbedingung [Inverse spectral theory. Boston etc.: Academic Press, Inc., Harcourt Brace Jovanovich, Publishers (1987; Zbl 0623.34001)] hat der Autor gezeigt, dass er eine exzellente Monographie zu einem anspruchsvollen Forschungsgebiet verfassen kann. Mit dem vorliegenden Werk hat er bewiesen, dass er es ebenso versteht, ein Lehrbuch für Mathematikstudenten in den ersten Semestern zu schreiben. Allerdings ist es etwas ärgerlich, wenn sich ein Autor auf dem Klappentext selbst Klarheit bescheinigt ("Das Wesentliche wird klar ... formuliert"): ob ein Buch klar geschrieben ist, kann und darf nur der Leser (individuell) entscheiden, nicht der Autor. *Jürgen Appell (Würzburg)*

Classification: I15
doi:10.1007/978-3-658-05799-2