

**ZMATH 2002f.05167**

**Dörfler, Willi**

**Emergence of fractions and rational numbers from a system of actions. (Emergenz von Brüchen und rationalen Zahlen aus einem Handlungssystem.)**

J. Math.-Didakt. 23, No. 2, 87-105 (2002).

Brüche und insbesondere rationale Zahlen haben im Diskurs der Mathematik den Status abstrakter Objekte, die durch Symbole oder Diagramme repräsentiert werden, und mit denen Operationen ausgeführt werden können. Der abstrakt-allgemeine Ausdruck davon ist zum Beispiel der Körper  $\mathbb{Q}$ . Sowohl als Modell einer theoretisch möglichen kognitiven Entwicklung wie auch als epistemologische Rekonstruktion der Genese von rationalen Zahlen als Objekte wird eine hypothetische Lerntrajektorie vorgestellt. Diese ist ein Weg von konkreten Handlungen über deren Symbolisierungen hin zu den abstrakten Objekten verstehbar als Typen von Symbolen. Diese Lerntrajektorie wird organisiert von der Idee der Relationalität von Brüchen und rationalen Zahlen sowie vom Konzept der Protokolle von Handlungen. Rationale Zahlen erscheinen als abstrakte Sprechweise über ein komplexes Netzwerk aus Handlungen, Symbolen und Operationen mit diesen Symbolen, was die Komplexität dieses Begriffs unterstreicht und expliziert.

Fractions and rational numbers in mathematics enjoy the status of abstract objects which are represented by symbols or diagrams and to which operations can be applied. The field  $\mathbb{Q}$  is the general-abstract expression of this view. Here a hypothetical learning trajectory is presented which first is a model for a theoretically conceivable cognitive development and second is an epistemological reconstruction of the genesis of rational numbers as objects. This trajectory is a pathway, leading from material actions via their symbolizations to the abstract objects which are conceived as types of symbols. Further it is organized and informed by the view of fractions and rational numbers as relationships and by the notion of protocols of actions. Rational numbers emerge as an abstract way of speaking about a complex network of actions, symbols and operations with those symbols. Thereby the complexity of this concept is underlined and explicated.

*Classification:* F40

doi:10.1007/BF03338950