

ZMATH 2004b.01335

Durand-Guerrier, Viviane; Arzac, Gilbert

Methods of reasoning and their logical modelling. Specificity of calculus. Didactic implications. (Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques?)

Rech. Didact. Math. 23, No. 3, 295-342 (2003).

Nous explorons le problème de la rigueur dans le domaine de l'analyse suivant deux axes; comment l'étudiant peut-il se prémunir contre les preuves non valides, en l'absence de toute explicitation des règles logiques relatives au raisonnement mathématique d'une part, et par quoi l'enseignant remplace-t-il la logique absente d'autre part? Pour cela nous étudions la pratique de la démonstration en analyse en début des études universitaires. Cette pratique se fonde sur le raisonnement à partir de l'exemple générique lequel peut s'analyser à l'aide de la déduction naturelle dans le calcul des prédicats. Dans le discours de l'enseignant, ce mode de raisonnement apparaît sous forme de règles de manipulation des variables et nous montrons pourquoi ceci constitue une spécificité de l'analyse par rapport à la géométrie et à l'algèbre. L'étude des réactions des enseignants à une erreur d'étudiant montre la prévalence d'une de ces règles, explicable historiquement et contrôlable dans les manuels. Notre étude montre aussi que ces règles, très contextualisées, sont fortement dépendantes de la connaissance mathématique du domaine concerné, ce qui peut expliquer leur difficulté d'apprehension par les débutants. L'intérêt de la modélisation logique est de permettre de référer ces règles de manipulation de variables à un savoir cohérent. Elle nous permet aussi de nous situer par rapport aux travaux antérieurs sur le raisonnement déductif. (Résumé des auteurs)

We explore the question of rigour in the field of calculus along two dimensions: How can students avoid invalid proofs in the absence of explicit logical rules for mathematical reasoning, on the one hand, and what replaces the missing logical references, on the other? To that end, we study the practise of demonstration in calculus at the beginning of university studies. This practise is based on reasoning with a generic element, for which natural deduction in predicate calculus provides an analytic frame. In the teacher's discourse, this mode of reasoning appears in the form of rules for manipulating variables, and we show why this is specific to calculus in contrast to geometry and algebra. Our study of teachers' commentaries on a student's error shows the prevalence of one such rule, historically explainable and existing in textbooks. The study also shows that these rules, highly contextualised, are strongly dependent on the mathematical knowledge of the field in question, which might explain why beginners have such difficulty understanding them. Modelling these rules for manipulating variables within a logical frame makes it possible to refer to coherent knowledge and to situate our inquiry with respect to previous work on deductive reasoning. (Authors' abstract)

Classification: E55 I45 I55

Keywords: generic elements