ZMATH 2010d.00457

Kuba, Gerald

Partial isomorphisms between non-isomorphic fields. (Teilisomorphien zwischen nichtisomorphen Körpern.)

Wiss. Nachr., No. 137, 25-29 (2009).

Aus der Einleitung: Durchaus nahe liegend ist die Frage, ob zwei Körper $(K_1,+,\cdot)$ und $(K_2,+,\cdot)$ isomorph sein müssen, wenn sowohl die beiden Gruppen $(K_1,+)$ und $(K_2,+)$, als auch die beiden Gruppen $(K_1\backslash\{0\},\cdot)$ und $(K_2\backslash\{0\},\cdot)$ isomorph sind. Dass diese Frage selbst dann *negativ* zu beantworten ist, wenn die beiden Körper Teilkörper von $\mathbb{R}$ sind und zusätzlich beide Gruppenisomorphismen jede rationale Zahl $\neq 0$ fixieren, wollen wir im Folgenden mit einem extremen Gegenbeispiel begründen.

From the introduction (translation): The question is quite obvious whether two fields $(K_1,+,\cdot)$ and $(K_2,+,\cdot)$ have to be isomorphic if both the two groups $(K_1,+)$ and $(K_2,+)$, as well as the two groups $(K_1\backslash\{0\},\cdot)$ and $(K_2\backslash\{0\},\cdot)$ are isomorphic. In the following, we want to give an extreme counterexample to show that the question has to be answered negatively even if the two fields are partial fields of $\mathbb{R}$ and additionally both group isomorphisms are fixing every rational number $\neq 0$.

Classification: H40
Keywords: algebraic structures; fields; rings; proofs; rational vector spaces; isomorphisms; minimal counterexamples algebraische Struktur; Körper; Ring; Beweis; rationaler Vektorraum; Isomorphismus; minimales Gegenbeispiel