

ZMATH 2012b.01102**Werner, Axel****Combinatorial optimization and the 40-points rule. (Kombinatorische Optimierung und die 40-Punkte-Regel.)**

Mitt. Dtsch. Math.-Ver. 19, No. 3, 153-157 (2011).

Fußballinteressierte neigen dazu, die in Liga-Tabellen sich manifestierenden Ergebnisdaten von Spielen in mannigfacher Weise zu bewerten und zu interpretieren. Eine solche empirisch extrahierte Interpretation ist die sogenannte 40-Punkte-Regel. Diese besagt, dass in einer Liga von 18 Mannschaften, bei einer Bewertung eines gewonnenen Spiels mit drei Punkten, eines unentschiedenen Spiels mit einem Punkt und einer verlorenen Partie mit null Punkten, 40 Punkte am Ende der Saison für eine Mannschaft ausreichen, nicht abzustiegen, wobei für einen sicheren Nichtabstieg vorausgesetzt wird, dass die Mannschaft mindestens Platz 15 erreicht. Es ist leicht zu sehen, dass diese "Regel" einer genaueren Analyse nicht standhält. Zwar traf sie in der deutschen Fußball-Bundesliga seit Einführung der 3-Punkte-Regelung stets zu, doch gibt es Beispiele anderer Ligen mit der selben Struktur, in denen 40 Punkte am Ende der Saison für einen Nichtabstieg nicht ausreichen. Mit ein paar einfachen Argumenten ist der Autor nun sogar in der Lage, zu beweisen, dass erst 58 Punkte wirklich sicher für einen Nichtabstieg ausreichen. Doch ist diese so einfach erhaltene Erkenntnis nicht das eigentliche Anliegen des Artikels. Vielmehr möchte der Autor anhand dieses Beispiels zeigen, auf welche Weise man Fragestellungen dieser Art mit Hilfe der kombinatorischen Optimierung lösen kann. Zunächst gibt er ein ganzzahliges Programm an, das die Fragestellung modelliert, und erklärt die Zusammenhänge im Detail. Mit der Lösung dieses Programms betraut er dann eine gängige Optimierungssoftware (hier CPLEX), und, siehe da, wie nicht anders zu erwarten, wird das bereits vorher erhaltene Ergebnis bestätigt: Die Zielfunktion des Programms erreicht ihr Maximum bei $p_{16} = 57$, wobei p_{16} die Anzahl der Punkte ist, die der Sechzehnte der Liga am Schluss der Saison hat. Im letzten Abschnitt seines Artikels gibt der Autor eine Erweiterung seines Modells an, das die geschossenen Tore und die Tordifferenzen mit berücksichtigt. Ferner weist er darauf hin, auf welche Weise andere Fragestellungen im Rahmen dieses Konzepts behandelt werden können, z.B., wie viele Punkte eine Zweitligamannschaft mindestens sammeln muss, um in die erste Liga aufzusteigen, und so weiter. Alles in allem ist dies eine vergnügliche Lektüre, die auch als Einstieg in das Thema "mathematische Programmierung" in der Schule, im Rahmen eines Oberstufenkurses, oder eines Einführungskurses an der Universität Verwendung finden kann. *Klaus D. Kiermeier (Berlin)*

Classification: N64 N65 M94 M95*Keywords:* football; combinatorial optimization; integer programming; mathematical software; CPLEX; sport; mathematical applications