

ZMATH 2012d.00092**Henn, Hans-Wolfgang**

Geometry and algebra in interaction. Mathematical theory for teaching problems. (Geometrie und Algebra im Wechselspiel. Mathematische Theorie für schulische Fragestellungen.) 2nd revised and enlarged ed., previously published under the title ‘Elementare Geometrie und Algebra. Basiswissen für Studium und Mathematikunterricht’.

Studium. Wiesbaden: Springer Spektrum (ISBN 978-3-8348-1904-8/pbk; 978-3-8348-8666-8/ebook). x, 273 p. (2012).

„Ziel des Buches ist es, Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus lebendig werden zu lassen, um damit Lehrerinnen und Lehrer der Sekundarstufen zu befähigen, typische Themen der Mathematik in der Schule so zu unterrichten, dass die Begriffsbildungen offen für eine Vertiefung auf dem Niveau der Hochschule sind.“ Mit diesem Satz beginnt der erste Abschnitt von Henn Buch und er beschreibt sehr gut seine Intention. Das Buch hat sechs Kapitel. Jedes Kapitel behandelt einen zentralen, historisch bedeutsamen, Inhalt zwischen Geometrie und Algebra. Henn schreibt bescheiden: „Meine Themenauswahl ist durchaus subjektiv“. Seine Themen sind aber doch immer von ganz zentraler Bedeutung innerhalb der Mathematik und: „Alle in diesem Buch behandelten Themen wurzeln in wichtigen Fragen der in der Schule üblichen mathematischen Themengebiete.“ Der erste Abschnitt besteht zunächst aber aus einer ausführliche Einführung für den Leser. Hier werden die dem Buch zugrundeliegenden Ideen erläutert. Es geht um die didaktischen Prinzipien und um die Erläuterung der Inhalte der folgenden fünf Kapitel. In Kapitel 2 geht es um die Grundlagen der Geometrie. Wie in jedem Kapitel werden unter dem Abschnitt „Vernetzung mit dem mathematischen Schulstoff“ zuerst die Verbindungen zum Schulstoff beschrieben. Im „Historischen Überblick von Euklid zu Hilbert“ wird die historische Entwicklung der Geometrie aufgezeigt. Es werden die Axiomensysteme von Euklid und Hilbert vorgestellt und diskutiert. Im nächsten Abschnitt werden die verschiedenen ebenen Geometrien, wie etwa elliptische, hyperbolische oder projektive Geometrie, diskutiert und verglichen. Im letzten Abschnitt geht es um affine Ebenen und die Konstruktion der zugehörigen Koordinatenkörper. In Kapitel 3 werden geometrische Konstruktionsverfahren behandelt. Zentral in diesem Kapitel sind die klassischen Probleme, wie die Würfelverdoppelung, die Winkeldreiteilung, die Quadratur des Kreises und die Konstruktion des regulären n -Ecks mit Zirkel und Lineal. Neben den klassischen Konstruktionsproblemen mit Zirkel und Lineal geht Henn auch auf Konstruktionen durch Falten (Origamics) ein. In Kapitel 4 geht es um Symmetriegruppen von Figuren in der Ebene und Körpern im Raum. Die Bandornamente und die kristallographischen Gruppen werden klassifiziert und die Symmetriegruppen verschiedener Polyeder im Raum werden berechnet. Viele schöne Beispiele von Pflasterungen werden besprochen und auch die komplexeren nicht-periodischen Penrose-Pflasterungen. In Kapitel 5 geht es um die Frage der Lösbarkeit von algebraischen Gleichungen in einer Variablen. Nach der Lösung für Gleichungen bis zum Grad 4 wird in einem anspruchsvollen Abschnitt die nicht-Lösbarkeit von algebraischen Gleichungen für Grade ≥ 5 gezeigt. Henn versteht es, die notwendige Galoistheorie verständlich und nachvollziehbar zu präsentieren. Das Kapitel schließt mit verschiedenen Beweisen des Fundamentalsatzes der Algebra. Im letzten Kapitel wird der Aufbau unseres Zahlensystems beschrieben. Viel Raum nehmen verschiedene Definitionen der natürlichen Zahlen ein. Es wird der Übergang von den natürlichen, über die ganzen, die rationalen und die reellen Zahlen hin zu den komplexen Zahlen beschrieben. Im letzten Abschnitt geht es um verschiedene Fraktale, das Cantorsche Diskontinuum und den Dimensionsbegriff. Henn gelingt es, zentrale und tiefliegende Ideen der Geometrie und Algebra einerseits in ihren historischen, didaktischen und mathematischen Kontext zu stellen und andererseits diese Ideen deutlich und verständlich zu machen, ohne zu viel Theorie anzuhäufen. Komplexe Inhalte werden leicht verständlich dargestellt ohne dass sie, wie in vielen populärwissenschaftlichen Veröffentlichungen üblich, trivialisiert oder ihrem zentralen Gehalt entledigt werden. So eignet sich das Buch hervorragend, um sich als Neuling in ein Gebiet einzuarbeiten. Möchte man alle Details verstehen, kann man diese anschließend in einem konventionellen Lehrwerk nachlesen, in dem die zentralen Ideen aufgrund des häufig rein deduktiven Aufbaus leider allzuoft verloren gehen. Hat man Henns Buch gelesen, so hat man wesentliche Teile der Mathematik verstanden und das macht das Buch zu einer sehr lohnenswerten Lektüre.

Stephan Rosebrock (Karlsruhe)

Classification: B50 U29 G49 D40 A30

Keywords: teacher education; textbooks; geometry; algebra; didactics of mathematics; constructions; axioms of geometry; symmetry groups; algebraic equations; number systems Geometrie; Algebra; Didaktik; Konstruktionen; Axiome der Geometrie; Symmetriegruppen; Algebraische Gleichungen; Zahlensysteme
doi:10.1007/978-3-8348-8666-8