© 2019 FIZ Karlsruhe

ZMATH 2016c.00845

Heinz, Hans-Peter

Symmetric is optimal – optimal is symmetric. (Symmetrisch ist optimal – optimal ist symmetrisch.)

Monoid 36, No. 125, 33-43 (2016).

Aus dem Text: Wir versuchen, den Flächeninhalt einer geometrischen Figur in der Ebene möglichst groß zu machen, ohne den Umfang der Figur zu erhöhen. Man nennt das das "isoperimetrische Problem", denn "isoperimetrisch" heißt etwa "von gleichem Umfang", und die Lösung ist seit langem bekannt, nämlich der Kreis, also gerade die Figur mit der maximalen Symmetrie. Leider kann ich das hier nicht beweisen, denn man braucht dafür eine Menge höherer Mathematik, konkret etwa den Stoff der ersten drei oder vier Semester eines gängigen deutschen Mathematikstudiums. Das leuchtet auch ein, wenn man bedenkt, dass man ja sehr viele ganz verschiedenartige Figuren in der Ebene zeichnen kann, und alle diese Figuren müssen irgendwie in Bezug auf Flächeninhalt und Umfang (d.h. Länge der Randkurve) miteinander verglichen werden. Wenn man aber nur bestimmte, möglichst einfache, Typen von Figuren miteinander vergleicht, wird das Problem viel zugänglicher, und man kommt mit etwas Differentialrechnung aus, wie man sie ab der 11. Klasse lernt. Daher betrachten wir das isoperimetrische Problem hier nur unter Dreiecken. Das Dreieck mit der maximalen Symmetrie ist natürlich das gleichseitige, und wir werden in den nächsten drei Abschnitten beweisen, dass unter allen Dreiecken von einem gegebenen festen Umfang das gleichseitige tatsächlich den größten Flächeninhalt hat.

Classification: I40
Keywords: optimization; symmetry; extreme value problems; area; perimeter; triangles; isosceles triangles; differential calculus; limits; equilateral triangles; domain; boundary points