

ZMATH 2016e.00536

Hock, Tobias; Heitzer, Johanna; Schwank, Inge

Axiomatic thinking and working in teaching mathematics. (Axiomatisches Denken und Arbeiten im Mathematikunterricht.)

J. Math.-Didakt. 37, No. 1, 181-208 (2016).

Zusammenfassung: Dieser Artikel ist motiviert durch die Überzeugung, dass ein grundlegendes Verständnis der axiomatischen Methode notwendiger Bestandteil eines angemessenen Bildes von Mathematik ist. Er zeigt daher Wege auf, die Rolle von Axiomen und Beweisen als Erweiterungsthema der Sekundarstufe II explizit zu thematisieren und auf den besonderen erkenntnistheoretischen Status mathematischer Aussagen einzugehen. Dazu gehören die Einsicht in die Notwendigkeit von Axiomen als Grundlage mathematischer Beweisführung und der damit verbundene hypothetisch-deduktive Charakter von Mathematik, die Kenntnis der klassischen inhaltlichen und der modernen formalistischen Sicht auf Axiome sowie eine Diskussion der prinzipiellen Rechtfertigungsmöglichkeiten mathematischer Theorien. Nach einem Überblick über die historische Entwicklung der axiomatischen Methode und zugehöriger mathematisch-philosophischer Ansichten werden die wichtigsten Argumente für und wider die Behandlung von Axiomatik im Unterricht aus didaktischer Perspektive erörtert. Anschließend wird ein Konzept zum Erreichen der aus unserer Sicht wichtigsten Lernziele im Umgang mit axiomatischen Aspekten anhand ausgewählter Themengebiete skizziert. Eine Unterrichtsreihe zu einem dieser Themen, den Kolmogoroff-Axiomen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wird ausführlicher vorgestellt.

Summary: This article is motivated by the conviction that understanding the axiomatic method is a necessary component of an appropriate picture of mathematics. Therefore, it points out ways to investigate the role of axioms and proofs as well as the particular epistemological status of mathematical theorems as an additional topic at Sekundarstufe II. This includes recognising the necessity of axioms for a foundation of mathematical proofs, knowing the classical content-related and modern formalistic view on axioms as well as discussing general strategies for justifying mathematical theories. After sketching the historical development of the axiomatic method and of associated views in the philosophy of mathematics, we outline the most important pros and cons of dealing with axiomatics at school from a didactical perspective. We then delineate a concept of how the most important learning goals with respect to axiomatic aspects can be achieved by means of suitable topics. A teaching sequence from one of these topics, Kolmogoroff's axioms of probability, is presented in more detail.

Classification: E40 E50 C30 K50 D30 A30

Keywords: axiomatics; implicit definition; understanding proofs; theory and application; probability concept
doi:10.1007/s13138-016-0088-2