

ZMATH 2016f.00782

Rathgeb, Martin

On the critique of George Boole's mathematical analysis of logic. (Zur Kritik an George Booles mathematischer Analyse der Logik.)

Rathgeb, Martin (ed.) et al., Mathematik im Prozess. Philosophische, historische und didaktische Perspektiven. 12. Tagung Allgemeine Mathematik. Heidelberg: Springer Spektrum (ISBN 978-3-658-02273-0/pbk; 978-3-658-02274-7/ebook). 57-71 (2013).

Summary: George Boole (1815–1864) leistet in seiner Schrift *Mathematical Analysis of Logic* (1847), was ihr Titel verspricht –, nämlich eine ‘mathematische Analyse der Logik’. Sein mathematischer Zugriff auf die Logik erlaubt die Berechnung von Syllogismen. Doch welche Mathematik Boole für seine Analyse verwendet, das blieb bis ins letzte Viertel des 20. Jahrhunderts hinein ein Rätsel. Bereits Anfang des 20. Jahrhunderts war dagegen bekannt, welche Mathematik für einen Zugriff auf die von Boole behandelte Logik adäquat ist. Doch damit war zunächst nur klar, dass Booles Mathematik eine andere war, dass er also anders rechnete. Sind seine Rechnungen im Hinblick auf die Logik trotzdem verlässlich? Und falls ja, ist verstehbar, welche Mathematik er weshalb gewählt hat? Ich halte diese Fragen durch die Untersuchungen Hailperins und Burris für geklärt; Hailperin zeigte: ‘Booles Algebra’ ist ein kommutativer Ring (mit Eins) ohne nilpotente Elemente; genauer: Boole rechnet in einer Algebra von signierten Multimengen, er rechnet also nicht in Mengenalgebren wie einem ‘Booleschen Ring’ oder einer ‘Booleschen Algebra’. Dafür formulierte Burris eine schlichte Erklärung: Boole analysiert die Logik mittels einer Variante der schulmathematischen Gleichungslehre, in der insbesondere die Idempotenz $x \cdot x = x$ gilt. Burris lieferte weiters eine Behandlung der Syllogismen, die zwar im Stile Booles, aber durch eine Variante der darstellenden Gleichungen kürzer und bündiger ist.

Classification: E30 E20

doi:10.1007/978-3-658-02274-7_5