

ZMATH 2016e.00726

Meyer, Karlhorst

Sphere, cone, shearing, and stereographic projection. (Kugel, Kegel, Scherung und stereographische Projektion.)

Mathematikinformation 64, 33-56 (2016).

Aus dem Text: In dieser Arbeit wird versucht, die üblichen Probleme beim Nachweis der Kreistreue der stereographischen Projektion zu vermeiden. Hierbei benötigt man die Existenz zweier Kreisscharen auf einem schiefen Kreiskegel, die man mit dem Zwischenwertsatz stetiger Funktionen, einem sehr anschaulichen Satz, nachweisen kann, wenn man die endlichen Kegelschnitte des schiefen Kreiskegels kennt. So geht der vorliegende Artikel davon aus, dass elementar die Eigenschaften eines endlichen Schnitts beim Rotationskegel nach Dandelin bekannt sind. Dann werden via einer Scherung, also einer bestimmten Affinität, diese Eigenschaften auf den endlichen Schnitt eines schiefen Kreiskegels übertragen. Hierzu werden sehr ausführlich diese besonderen Abbildungen untersucht. Damit bekommt man vermutlich pädagogische Probleme, wenn man die erforderlichen Untersuchungen mathematisch niederschreiben will, denn Schüler und auch Studenten, die keine Mathematiker werden wollen, sind i. Allg. nicht begeistert, wenn zu viele abstrakte Beweise vorgeführt werden. Aus diesem Grund findet man am Ende mancher Kapitel Hinweise zur Didaktik, wie man sich geschickt der Klassensituation anpassen und zu viel Abstraktion vermeiden kann. Das Finden der erforderlichen Zusammenhänge ist durchaus adäquat zum Können begabter Schüler in der gymnasialen Oberstufe; manches verkraften Begabte sogar schon in der Mittelstufe. Erst wenn man die Beobachtungen und Ideen vor allem bei den Scherungen mathematisch halbwegs sauber darstellen will, entstehen die hier angedeuteten Schwierigkeiten. Dabei kennen Schüler aus der ebenen Geometrie bereits den Begriff der Scherung, auch wenn im Unterricht in aller Regel dieser Begriff nicht benutzt wird.

Classification: G50 G60 G70 M50

Keywords: stereographic projections; teaching guides; upper secondary; lower secondary; circles; spheres; oblique circular cones; shear mapping; affine transformations; analytic geometry; transformation geometry; conformal transformations; problem sets