
JFM 54.0157.02

Krull, W.

Galoissche Theorie der unendlichen algebraischen Erweiterungen. (German)

Math. Ann. 100, 687-698 (1928). ISSN 0025-5831; ISSN 1432-1807
http://dx.doi.org/10.1007/BF01448872
http://jfm.sub.uni-goettingen.de/JFM/digit.php?an=JFM+54.0157.02
http://link.springer.de/link/service/journals/00208/

Ist $\mathfrak{K}$ ein beliebiger Körper, $\mathfrak{N}$ eine beliebige algebraische und normale Erweiterung erster Art von $\mathfrak{K}$ und Γ die Gruppe aller Automorphismen von $\mathfrak{N}$, bei denen $\mathfrak{K}$ elementweise invariant bleibt, so werde

der Untergruppe Δ von Γ der aus der Gesamtheit aller bei Δ invariant bleibenden Elemente bestehende Körper	dem Körper $\mathfrak{Z}$ zwischen $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{N}$ die aus der Gesamtheit aller $\mathfrak{Z}$ elementweise invariant lassenden Elemente von Γ bestehende Gruppe

zugeordnet.

Es wird gezeigt:
dann und nur dann ist diese Zuordnung zwischen Untergruppen und Zwischenkörpern umkehrbar eindeutig, wenn $\mathfrak{N}$ über $\mathfrak{K}$ endlich ist.
Ist $\mathfrak{N}$ über $\mathfrak{K}$ unendlich, so wird Γ folgendermaßen zu einem topologischen Raum gemacht: Punkte des Raumes sind die Elemente von Γ; jede einem endlichen Zwischenkörper $\mathfrak{E}$ in obiger Weise zugeordnete Untergruppe von Γ sowie die Restklassen von Γ nach solchen Untergruppen seien Umgebungen und zwar eines jeden ihrer Punkte.
Dann und nur dann ist eine Untergruppe von Γ in obiger Weise einem Zwischenkörper zugeordnet, wenn sie eine abgeschlossene Teilmenge des topologischen Raumes Γ ist. Es besteht also eine umkehrbar eindeutige Zuordnung zwischen abgeschlossenen Untergruppen und Zwischenkörpern.
Ist speziell $\mathfrak{N}$ über $\mathfrak{K}$ abzählbar, so wird Γ ein metrisierbarer, kompakter Raum, in dem sich also ein geeigneter Limesbegriff, also auch konvergente unendliche Produkte einführen lassen. Abgeschlossene Gruppen müssen dann auch alle unendlichen Produkte enthalten; bei dieser Erweiterung des Gruppenbegriffs werden Γ und jede abgeschlossene Untergruppe von Γ durch höchstens abzählbar viele Elemente erzeugt.
Nennt man eine Gruppe idealzyklisch, wenn sie in dem erweiterten Sinne von einem Elemente erzeugt wird, so ist sie direktes Produkt von höchstens abzählbar vielen speziellen idealzyklischen Gruppen, die entweder zur Additionsgruppe des Restklassensystems nach einer Primzahlpotenz oder zur Additionsgruppe der ganzen p-adischen Zahlen isomorph sind. (V 2.)

Baer, R.; Dr. (Halle, Saale)